

# ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

## 2ο φυλλάδιο ασκήσεων

1) Να δείξετε ότι οι παρακάτω προτάσεις είναι ταυτολογίες.

$$p \vee (\sim p) \qquad \sim (p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p) \vee (\sim q).$$

2) Να δείξετε ότι οι παρακάτω προτάσεις είναι ταυτολογίες.

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim ((p \wedge (\sim q))) \qquad p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

3) Αν γνωρίζουμε ότι η πρόταση  $(p \Rightarrow q) \wedge [q \Rightarrow (\sim p)]$  είναι αληθής, τι συμπεραίνετε για τις προτάσεις  $p$  και  $q$ ;

4) Να εξετάσετε αν η πρόταση  $(p \Rightarrow q) \vee (r \Rightarrow p)$  είναι ταυτολογία.

5) Αν γνωρίζουμε ότι η πρόταση  $[p \Rightarrow (q \wedge r)] \vee [\sim (q \Leftrightarrow p)]$  είναι ψευδής, να βρείτε ποιες από τις προτάσεις  $p, q, r$  είναι αληθείς και ποιες ψευδείς.

6) Αν  $p, q, r$  είναι τρεις λογικές προτάσεις ώστε οι  $p \Rightarrow (q \wedge r)$  και  $q \Rightarrow (p \wedge (\sim r))$  να είναι αληθείς, ναδειχθεί ότι η  $\sim (p \vee q)$  είναι αληθής. Ισχύει το αντίστροφο;

7) Ο Αλέξανδρος η Άννα και ο Αντώνης, ρωτήθηκαν αν είναι φοιτητές. Η απάντησή τους ήταν η εξής:

“ Αν η Άννα είναι φοιτήτρια, τότε δεν είναι φοιτητής ο Αντώνης ”

και “ δεν είναι σωστό ότι αν ο Αλέξανδρος είναι φοιτητής τότε δεν είναι φοιτήτρια η Άννα ”.

Με δεδομένο ότι η απάντησή τους είναι αληθής, να βρείτε ποιοι είναι φοιτητές και ποιοι όχι.

8) Να εξετάσετε αν τα παρακάτω σχήματα αντιστοιχούν σε λογικές αποδείξεις.

$$\frac{\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ q \Rightarrow r \\ \sim r \end{array}}{\sim p} \qquad \frac{\begin{array}{l} (p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow r) \\ p \vee q \end{array}}{q \wedge r}$$